ワイブル分布における定期保全の乱れがMTBFに与える影響（１）

著者	大木　健史
学位授与機関	東京商船大学
学位授与年度	1996
URL	http://id.nii.ac.jp/1342/00000691/

修　士　論　文

題　　目　ワイブル分布における定期保全の乱れがMTBFに与える影響(1)

指導教官　堀籠　教夫

課 程 名　交通電子機械工学専攻

学籍番号・氏 名　95305・大木健史

平成9年　1月28日提出

目 次

表目次

頁

図 目 次

1 まえがき

定期保全は船舶においては予防保全のなかで優れた手法として定着している. 現場ではシステムの稼働状況はいろいろであり, 事情によっては定期保全に乱れが生ずることは多くの事例に見られることである. 本研究の目的は, 定期保全の乱れがシステムの平均故障間隔 $MTBF$にいかなる影響をあたえるか理論的に考察することである. この場合, 信頼度関数はワイブル分布とするが, その理由はシステムに発生する故障時間の間隔が比較的ワイブル分布で近似できることが多いこと, また故障データ解析等において広く使用されている等のためである. 本研究では, ワイブル分布に従ってシステムが故障する場合, 定期保全に乱れが存在すると, システムの $MTBF$等にいかなる影響を与えるかを理論的に検討する. ここで得られた理論的結果に基づいて, 定期保全の乱れによる保全特性等の変化や影響について詳細に考察したので報告する.

2 理論的背景

2.1 予防保全の一般式

一般的な予防保全に関する理論において, その保全による $MTBF$; μ は次のように与えられる.[1]

$$\mu = \frac{\int R(t)\overline{G}(t)dt}{1 - \int R(t)g(t)dt} \tag{2.1}$$

ただし, $R(t)$ は信頼度関数, $G(t)$ は保全関数である.

さらに, $\overline{G}(t) = 1 - G(t)$, $g(t) = dG(t)/dt$ である. また, 以下特に断りがなければ, 積分記号は 0 から無限大までの積分を表す.

2.2 定期予防保全に関する理論式

(2.1) 式を用いて厳密な定期予防保全における $MTBF$, μ_Tを求めると次のようになる.

$$\mu_T = \frac{\int_0^T R(t)dt}{F(T)} \tag{2.2}$$

ここで $F(t)$ は故障分布関数で, また Tは定期保全間隔を表す.

2.3 アイテムの信頼度関数

アイテムの信頼度関数としてワイブル分布を取り上げる. すなわち,

$$R(t) = exp\{-(t/\eta)^{\beta}\} \tag{2.3}$$

ここで, βとη はそれぞれ形状パラメータと尺度パラメータである. なお, この分布の平均と分散は次のように与えられる.

$$\begin{aligned} \text{平均 } E(t) &= \eta\Gamma(1/\beta+1) \\ \text{分散 } V(t) &= \eta^2\Gamma(2/\beta+1) - E(t)^2 \\ &= \eta^2[\Gamma(2/\beta+1) - \Gamma^2(1/\beta+1)] \end{aligned} \tag{2.4}$$

ここでは, βが常に 1 より大きい場合のみを取り扱う. その理由は, $\beta > 1$ においてのみ故障率$\lambda(t)$ が時間と共に増加する IFR 型となるからである. なお, $\beta \leq 1$ では, いかなる保全手法を実施しても $MTBF$増加という効果が得られないことは理論的に証明され, よく知られた事実である.

3 定期保全に乱れが伴う場合の $MTBF$

3.1 定期保全乱れに関するモデルの設定

定期保全乱れを表すモデル $G(t)$ を考察する．図 1 と図 2 は川崎ら[2] [3] によって提案されたモデルであり，この図に基づいて定期保全に乱れが存在する場合のモデルを構成する．定期保全時間 T のまわりに乱れ a 時間が生ずるものとし，T は平均定期保全間隔時間，そして a は平均保全間隔からの乱れ (バラツキ) の時間を表す．そこで図 1 や図 2 で与えた乱れが存在する場合のモデルを式で表現すれば次のようになる．

$$\overline{G}(t) = \begin{cases} 1 & 0 \le t < T-a \\ (T+a-t)/2a & T-a \le t \le T+a \\ 0 & T+a < t \end{cases} \tag{3.1}$$

$$g(t) = \begin{cases} 0 & 0 \le t < T-a \\ 1/2a & T-a \le t \le T+a \\ 0 & T+a < t \end{cases} \tag{3.2}$$

図 1, 図 2 で a が極めて微小であれば，それは厳密な定期保全を表すことは明らかである．

頁

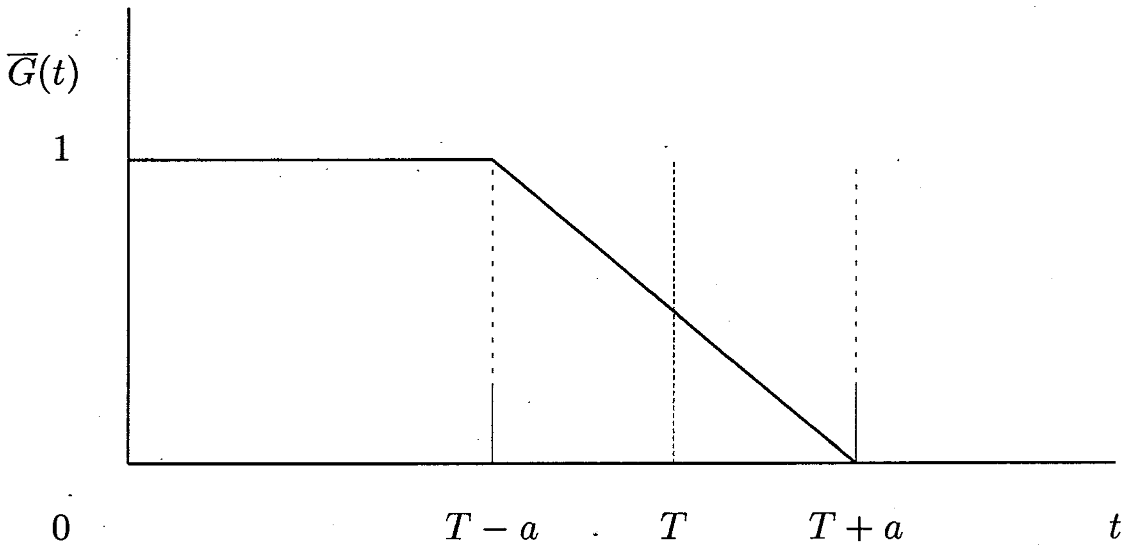

図 1. 非保全関数モデル $\overline{G}=1-G(t)$

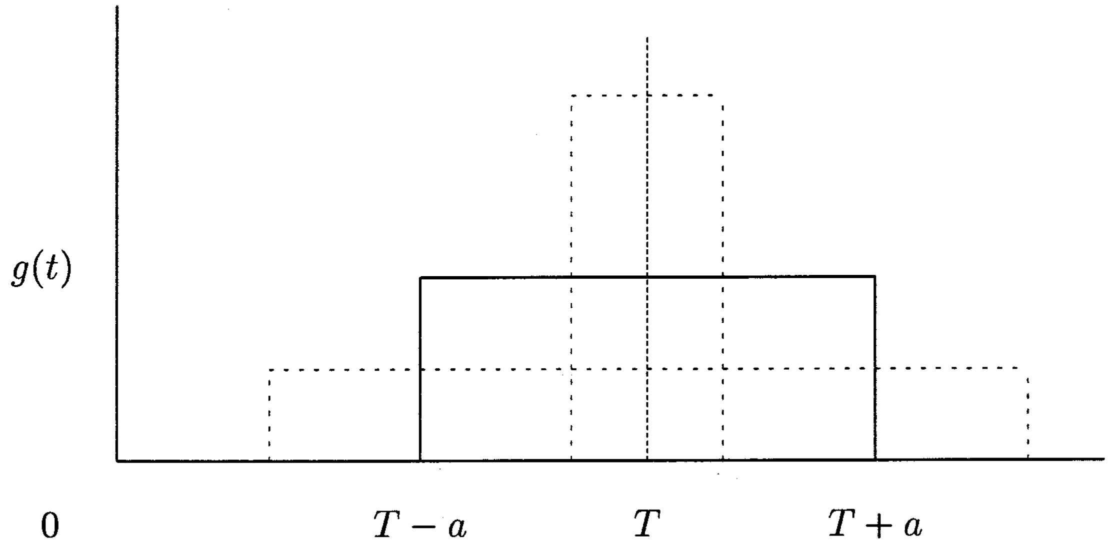

図 2. 保全密度関数モデル $g(t)$

3.2 定期保全にバラツキがある場合の $MTBF$; μ

定期保全乱れのモデルを (2.1) 式に代入した場合の $MTBF$は次のように表される. すなわち,

$$\begin{aligned}
\mu &= \frac{\int_0^{T-a} R(t)dt + \int_{T-a}^{T+a} R(t)(\frac{T+a-t}{2a})dt}{1-\int_{T-a}^{T+a} R(t)\frac{1}{2a}dt} \\
&= \frac{\int_0^{T-a} R(t)dt + \frac{1}{2a}\{\int_{T-a}^{T+a} R(t)(T+a)dt - \int_{T-a}^{T+a} R(t)tdt\}}{1-\int_{T-a}^{T+a} R(t)\frac{1}{2a}dt} \qquad (3.3)
\end{aligned}$$

また, ここで信頼度関数はワイブル分布を想定したから, (2.3) 式を上式の $R(t)$ に代入する.

$$\mu = \frac{\int_0^{T-a} e^{-(t/\eta)^\beta}dt + \frac{1}{2a}\{\int_{T-a}^{T+a}(T+a)e^{-(t/\eta)^\beta}dt - \int_{T-a}^{T+a} te^{-(t/\eta)^\beta}dt\}}{1-\int_{T-a}^{T+a}\frac{1}{2a}e^{-(t/\eta)^\beta}dt} \qquad (3.4)$$

そこで上式の分子と分母をそれぞれ計算する. ここで $z=(t/\eta)^\beta$, 不完全ガンマ関数を$\Gamma(\cdot,\cdot)$, また$\overline{A}=\{(T+a)/\eta\}^\beta$ や$\underline{A}=\{(T-a)/\eta\}^\beta$と置く.

まず, (3.4) 式の分子の第 1 項を計算する.

$$\begin{aligned}
&\int_0^{T-a} e^{-(t/\eta)^\beta}dt \\
=& \int_0^{\{(T-a)/\eta\}^\beta} e^{-z}\frac{\eta^\beta}{\beta t^{\beta-1}}dz \\
=& \int_0^{\underline{A}} e^{-z}\frac{\eta^\beta}{\beta}\frac{1}{\eta^{\beta-1}}z^{\frac{1-\beta}{\beta}}dz
\end{aligned}$$

$$= \frac{\eta}{\beta}\int_0^{\underline{A}} e^{-z} z^{\frac{1}{\beta}-1} dz$$

$$= \frac{\eta}{\beta}\Gamma(1/\beta, \underline{A}) \tag{3.5}$$

次に, (3.4) 式の分子の第 2 項を計算する.

$$\int_{T-a}^{T+a} (T+a) e^{-(t/\eta)^\beta} dt$$

$$= (T+a)\int_{\{(T-a)/\eta\}^\beta}^{\{(T+a)/\eta\}^\beta} e^{-z} \frac{\eta^\beta}{\beta t^{\beta-1}} dz$$

$$= (T+a)\int_{\underline{A}}^{\overline{A}} e^{-z} \frac{\eta^\beta}{\beta} \frac{1}{\eta^{\beta-1}} z^{\frac{1-\beta}{\beta}} dz$$

$$= (T+a)\frac{\eta}{\beta}\int_{\underline{A}}^{\overline{A}} e^{-z} z^{\frac{1}{\beta}-1} dz$$

$$= (T+a)\frac{\eta}{\beta}\{\int_0^{\overline{A}} e^{-z} z^{\frac{1}{\beta}-1} dz - \int_0^{\underline{A}} e^{-z} z^{\frac{1}{\beta}-1} dz\}$$

$$= (T+a)\frac{\eta}{\beta}\{\Gamma(1/\beta, \overline{A}) - \Gamma(1/\beta, \underline{A})\} \tag{3.6}$$

次に, (3.4) 式の分子の第 3 項を計算する.

$$\int_{T-a}^{T+a} t e^{-(t/\eta)^\beta} dt$$

$$= \int_{\{(T-a)/\eta\}^\beta}^{\{(T+a)/\eta\}^\beta} \eta z^{\frac{1}{\beta}} e^{-z} \frac{\eta^\beta}{\beta t^{\beta-1}} dz$$

$$= \int_{\underline{A}}^{\overline{A}} e^{-z} \frac{\eta^{\beta+1} z^{\frac{1}{\beta}}}{\beta} \frac{1}{\eta^{\beta-1}} z^{\frac{1-\beta}{\beta}} dz$$

$$= \frac{\eta^2}{\beta}\int_{\underline{A}}^{\overline{A}} e^{-z} z^{\frac{2}{\beta}-1} dz$$

$$= \frac{\eta^2}{\beta}\{\Gamma(2/\beta,\overline{A}) - \Gamma(2/\beta,\underline{A})\} \tag{3.7}$$

最後に, (3.4) 式の分母を計算する.

$$1 - \int_{T-a}^{T+a} \frac{1}{2a} e^{-(t/\eta)^\beta} dt$$

$$= 1 - \frac{1}{2a}\int_{\{(T-a)/\eta\}^\beta}^{\{(T+a)/\eta\}^\beta} e^{-z}\frac{\eta^\beta}{\beta t^{\beta-1}} dz$$

$$= 1 - \frac{1}{2a}\int_{\underline{A}}^{\overline{A}} e^{-z}\frac{\eta^\beta}{\beta}\frac{1}{\eta^{\beta-1}} z^{\frac{1-\beta}{\beta}} dz$$

$$= 1 - \frac{1}{2a}\frac{\eta}{\beta}\int_{\underline{A}}^{\overline{A}} e^{-z} z^{\frac{1}{\beta}-1} dz$$

$$= 1 - \frac{1}{2a}\frac{\eta}{\beta}\{\Gamma(1/\beta,\overline{A}) - \Gamma(1/\beta,\underline{A})\} \tag{3.8}$$

まとめると分子, 分母は以下のようになる.

$$\begin{aligned} \text{分子} &= \frac{\eta}{\beta}\Gamma(1/\beta,\underline{A}) + \frac{1}{2a}[\frac{(T+a)\eta}{\beta}\{\Gamma(1/\beta,\overline{A}) - \Gamma(1/\beta,\underline{A})\} \\ &\quad - \frac{\eta^2}{\beta}\{\Gamma(2/\beta,\overline{A}) - \Gamma(2/\beta,\underline{A})\}] \\ &= \frac{\eta}{\beta}[\Gamma(1/\beta,\underline{A}) + \frac{T+a}{2a}\{\Gamma(1/\beta,\overline{A}) - \Gamma(1/\beta,\underline{A})\} \\ &\quad - \frac{\eta}{2a}\{\Gamma(2/\beta,\overline{A}) - \Gamma(2/\beta,\underline{A})\}] \end{aligned}$$

$$= \frac{\eta}{\beta}[\Gamma(1/\beta,\underline{A})(1-\frac{T+a}{2a})+(\frac{T+a}{2a})\Gamma(1/\beta,\overline{A})$$

$$-\frac{\eta}{2a}\{\Gamma(2/\beta,\overline{A})-\Gamma(2/\beta,\underline{A})\}]$$

$$= \frac{\eta}{\beta}[(\frac{a+T}{2a})\Gamma(1/\beta,\overline{A})+(\frac{a-T}{2a})\Gamma(1/\beta,\underline{A})$$

$$-\frac{\eta}{2a}\{\Gamma(2/\beta,\overline{A})-\Gamma(2/\beta,\underline{A})\}]$$

$$\text{分母} = 1-\frac{1}{2a}\frac{\eta}{\beta}\{\Gamma(1/\beta,\overline{A})-\Gamma(1/\beta,\underline{A})\}$$

以上の結果から, 定期予防保全下における $MTBF$; μ は次のようになる.

$$\mu = \frac{\frac{\eta}{\beta}[(\frac{a+T}{2a})\Gamma(1/\beta,\overline{A})+(\frac{a-T}{2a})\Gamma(1/\beta,\underline{A})-\frac{\eta}{2a}\{\Gamma(2/\beta,\overline{A})-\Gamma(2/\beta,\underline{A})\}]}{1-\frac{1}{2a}\frac{\eta}{\beta}\{\Gamma(1/\beta,\overline{A})-\Gamma(1/\beta,\underline{A})\}}$$

分子と分母のそれぞれに $2a\beta$を掛ける.

$$\mu = \frac{\eta[(a+T)\Gamma(1/\beta,\overline{A})+(a-T)\Gamma(1/\beta,\underline{A})-\eta\{\Gamma(2/\beta,\overline{A})-\Gamma(2/\beta,\underline{A})\}]}{2a\beta-\eta\{\Gamma(1/\beta,\overline{A})-\Gamma(1/\beta,\underline{A})\}} \quad (3.9)$$

上式が定期保全において時間間隔に乱れが存在する場合の $MTBF$であり, 以下の考察における基本式である.

4 数値計算とその条件

次に, (3.9) 式に基づいて数値計算を行うが, それにはワイブル分布の尺度パラメータηと形状パラメータβが含まれているので取扱いが容易でない. そこでこの分布の平均値 (2.4) 式の第一式から$\eta\Gamma(1/\beta+1)$ であり, これを 1 とおき時間を正規化する. つまり, $\eta = 1/\Gamma(1/\beta+1)$ とすると, 正規化時間によって表現された $MTBF$; $\mu*$ は次のようになる.

$$\mu* = \frac{[(a+T)\Gamma(1,\overline{A})+(a-T)\Gamma(1,\underline{A})-\{\Gamma(2,\overline{A})-\Gamma(2,\underline{A})\}/\Gamma(\cdot)]/\Gamma(\cdot)}{2a\beta - \{\Gamma(1,\overline{A}) - \Gamma(1,\underline{A})\}/\Gamma(\cdot)} \quad (4.1)$$

ただし, 上式で$\Gamma(\cdot) = \Gamma(1/\beta+1)$, $\Gamma(1,A) = \Gamma(1/\beta, A)$, $\Gamma(2,A) = \Gamma(2/\beta, A)$ と置いた. これらを含め, 上式の計算上の条件等について次のように想定する.

1) 予防保全を実施して, アイテムの故障間隔時間を増加するためには, 形状パラメータβが 1 より大きいことが条件である. つまり, 故障率が IFR 型で, $\beta > 1$ の場合のみを考察する.

2) 保全間隔時間 Tが 1 であるとは, ワイブル分布の平均値がもつ時間間隔で保全を行うことに相当する. 実時間では, 例えば分布の平均値が 1200 時間ならば, 1200 時間間隔で保全を実施するということである.

3) 例えば $T = 1$ で $a = 0.1$ であれば, 実時間で言えば 1000 時間の平均寿命のあるアイテムに対して予防保全を 1000 時間間隔で実施するが, その乱れは 100 時間だけ 1000 時間の前後に存在すること, つまり予防保全に 900 時間から 1100 時間までの 200 時間にわたり, 一様分布の乱れがあると言うことで

ある．一方，$T=0.5$ の場合，実時間では 1000 時間の平均寿命のあるアイテムに対して平均予防保全を 500 時間間隔で実施し，その保全間隔時間の前後に乱れが存在するということである．なお，この時，乱れ a は最大で 0.5 までと限定される．

4) (4.1) 式の計算において，予防保全とその乱れがアイテムの $MTBF$ に与える影響を検討するために，現場における保全の実状を考慮して次の 2 つの場合を取り上げる．

●予防保全間隔が一定であり，乱れが変化する場合

●予防保全間隔が異なり，乱れが一定である場合

すなわち，前者は予防保全間隔にいろいろ乱れは存在しても，平均された予防保全間隔は一定であるという場合である．後者は乱れはあっても，それはある一定時間領域に抑えられ，予防保全間隔 T 自身が異なる場合である．

いずれも保全データや現場における保全実施法等によく見られる事例をモデル化したものである．

5 結果と考察

表 1,2 は予防保全時間間隔 Tを不動, つまり一定とし, その付近に, 乱れ a が変動する場合の結果の一例である. また図 3,4 は表 1,2 の数値をグラフで表現したものである. 一方, 図 5,6 は予防保全間隔の乱れ a を一定にして予防保全時間間隔 Tが異なる場合の一例である. これらの結果から得られる定期予防保全間隔の特性等に関する知見は次のようになる.

5.1 定期保全時間間隔一定の場合

表 1,2 や図 3,4 から定期予防保全によるアイテムの $MTBF$の特性等が得られる. なお, 図 3 は $T = 1.0$ の場合であり, 図 4 は $T = 0.5$ の場合の結果である.

1) 図 3 から形状パラメータ$\beta = 1.5$ の場合, 定期保全乱れ a の大小によって $MTBF$に大きな変動は見られない. つまり, 保全間隔の平均値 Tが一定であれば, 少しぐらい乱れ等が存在しても $MTBF$に大きな影響は与えないことを示している. しかし, βが大きくなるにつれて, 間隔の乱れが $MTBF$に与える度合いは大きくなる傾向をもつことが明らかになる. 特に, βが 3.0 では a=0.4 付近から $MTBF$は急速に減少する.

2) 図 4 では, 保全間隔 $T = 0.5$ 一定の場合だから, ばらつき a の最大値は 0.5 となる. 従って, 表示は $a = 0.5$ までである. $T = 0.5$ の場合, 丁度アイテム自身のもつ $MTBF$の半分の時間間隔による保全実施に相当する. また, この場合も乱れが大きくかつβが大きいほど, $MTBF$に与える影響が大きいことが

わかる．例えば$\beta = 3.0$で$a = 0.01$では$MTBF = 5.7$であるが，$a = 0.5$では約3.2まで減少することが読みとれる．

5.2 乱れの大きさが一定の場合

図 5,6 は乱れが一定で平均予防保全間隔が異なる場合の結果である. 図 5 は乱れの大きさ $a = 0.1$, つまり図 2 で正規化された定期保全間隔 $T = 1$ を中心に前後に 0.1 づつの乱れが存在する場合である. なお, 図 6 は $a = 0.2$ の結果であり, 図で $T = 0.2$ から始まっていることに注意する. この場合の特徴は次のようである.

1) 形状パラメータβが大きいほど, かつ, 乱れ a が小さいほど MTBF は急激に増加する.

2) 定期保全間隔 Tが大きいほど,$MTBF$は減少するが, この傾向は, 乱れ a が 0.1 の場合が著しいことがわかる. すなわち, 定期保全間隔 Tが短いほど, 乱れが $MTBF$に及ぼす影響は, 極めて大きいということを示している.

3) 保全間隔の乱れが大きいほど $MTBF$は減少する傾向が見られる. 例えば $\beta = 3.0$ でかつ $T = 0.2$ の条件において, 図 5 の $a = 0.1$ では $MTBF$は約 28 であり, 図 6 の $a = 0.2$ では約 18 であることからも容易にわかる.

5.3 全体の特徴

つぎに, 図 3 から図 6 にわたって見られる全体的傾向と特徴を検討するとつぎのようになる.

1) 図 3,4 から乱れ a が大きくなると $MTBF$ は減少し, 上に凸状となる傾向を示す. T が一定で a が比較的小さい場合, $MTBF$ の減少は緩慢であるが, 図 5,6 から T が増大すると, $MTBF$ は指数関数的に減少するため, T が少し増加しても $MTBF$ は急激に減少する. 以上のことから, 定期保全間隔 T が異なる方が, 保全乱れ a の変動より著しく $MTBF$ に影響を与えることがわかる.

2) いずれの図においても β が比較的 1.5 のように 1 に近い場合, 定期保全間隔 T とその乱れ a が変動しても $MTBF$ には大きな影響はない. しかし, β が 3 のように比較的大きくなるにつれて, $MTBF$ に与える影響は保全間隔 T の変動の方が, 乱れ a の変動のそれより大きいことがわかる. 従って, 定期保全間隔 T の決定は極めて大切であり, 特に β の大小には充分注意する必要がある.

表 1. 定期保全間隔 Tが一定で, 乱れ a が変化した場合の $MTBF$; μ

T=1.0, 形状パラメータβ=1.5-3.0, a=0.01-1.0

a	$\beta = 1.5$	$\beta = 2.0$	$\beta = 2.5$	$\beta = 3.0$
0.01	1.272	1.452	1.579	1.674
0.10	1.272	1.451	1.578	1.672
0.20	1.272	1.450	1.574	1.664
0.30	1.272	1.448	1.568	1.651
0.40	1.271	1.444	1.557	1.633
0.50	1.270	1.438	1.543	1.610
0.60	1.268	1.429	1.525	1.582
0.70	1.264	1.416	1.502	1.550
0.80	1.258	1.399	1.474	1.514
0.90	1.249	1.377	1.442	1.475
1.00	1.235	1.350	1.405	1.433

表 2. 定期保全間隔 Tが一定で, 乱れ a が変化した場合の $MTBF$; μ
T=0.5, 形状パラメータβ=1.5-3.0, a=0.01-0.5

a	$\beta = 1.5$	$\beta = 2.0$	$\beta = 2.5$	$\beta = 3.0$
0.01	1.700	2.631	3.922	5.742
0.10	1.695	2.606	3.845	5.551
0.15	1.689	2.576	3.753	5.329
0.20	1.680	2.534	3.631	5.050
0.25	1.668	2.481	3.487	4.734
0.30	1.654	2.420	3.328	4.404
0.35	1.636	2.351	3.159	4.074
0.40	1.615	2.276	2.987	3.756
0.45	1.591	2.195	2.817	3.459
0.50	1.562	2.111	2.651	3.185

表 3. 乱れ a が一定で, 定期保全間隔 T が異なる場合の $MTBF$; μ

a=0.1, 形状パラメータ β=1.5-3.0, T=0.2-1.0

T	$\beta = 1.5$	$\beta = 2.0$	$\beta = 2.5$	$\beta = 3.0$
0.20	2.555	5.929	13.120	28.183
0.30	2.135	4.156	7.763	14.155
0.40	1.874	3.196	5.235	8.390
0.50	1.695	2.606	3.845	5.551
0.60	1.564	2.212	2.996	3.968
0.70	1.465	1.934	2.439	3.006
0.80	1.387	1.728	2.055	2.384
0.90	1.324	1.572	1.780	1.964
1.00	1.272	1.451	1.578	1.672

表 4. 乱れ a が一定で, 定期保全間隔 T が異なる場合の $MTBF$; μ

a=0.2, 形状パラメータ β=1.5-3.0, T=0.2-1.0

T	$\beta = 1.5$	$\beta = 2.0$	$\beta = 2.5$	$\beta = 3.0$
0.20	2.346	4.855	9.444	17.703
0.30	2.064	3.790	6.567	10.978
0.40	1.843	3.043	4.761	7.214
0.50	1.680	2.534	3.631	5.050
0.60	1.557	2.175	2.892	3.735
0.70	1.461	1.914	2.387	2.893
0.80	1.385	1.718	2.029	2.329
0.90	1.323	1.568	1.768	1.940
1.00	1.272	1.450	1.574	1.664

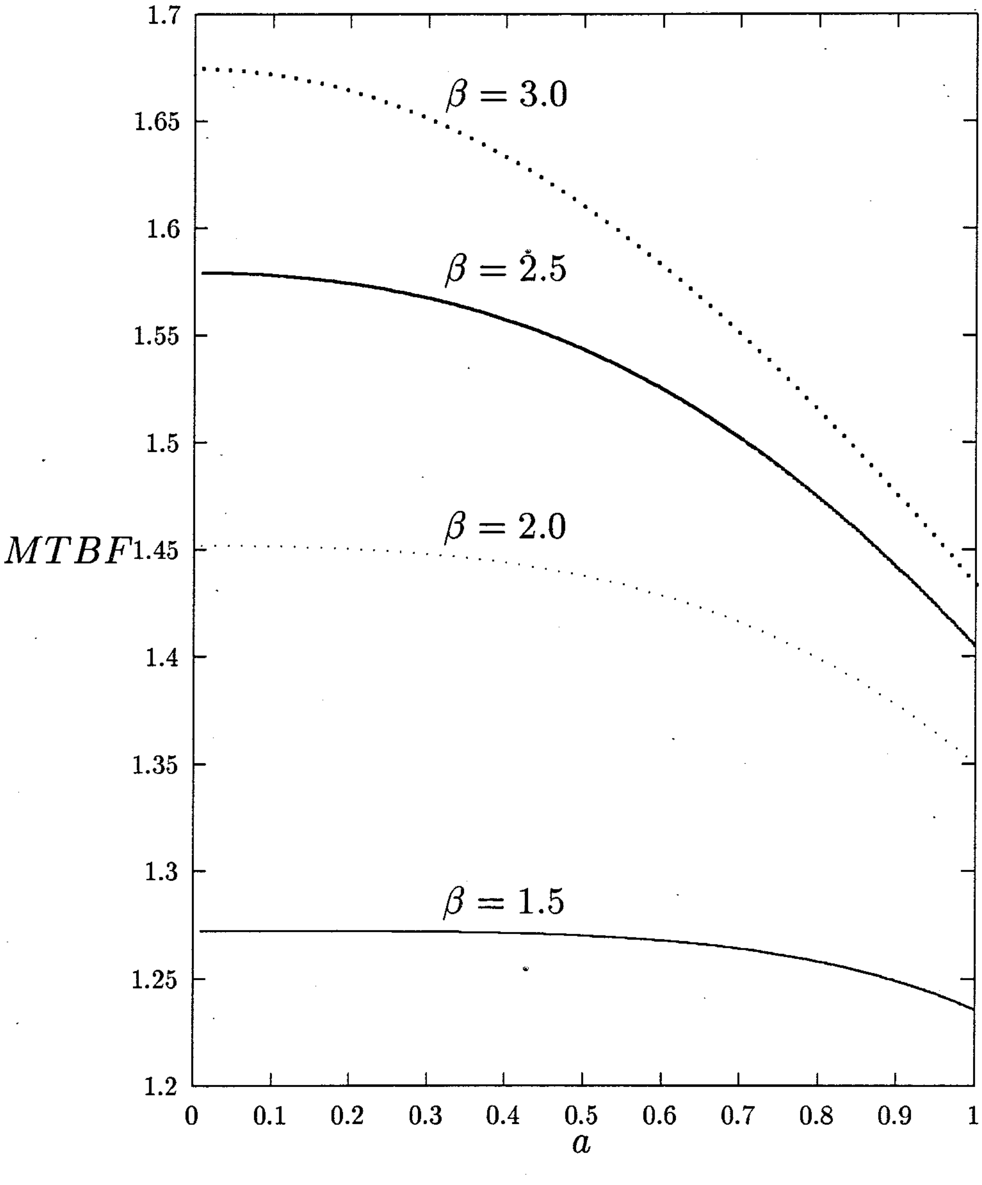

図 3. 定期予防保全間隔 $T(=1.0)$ が一定で, 乱れ a が変動する場合

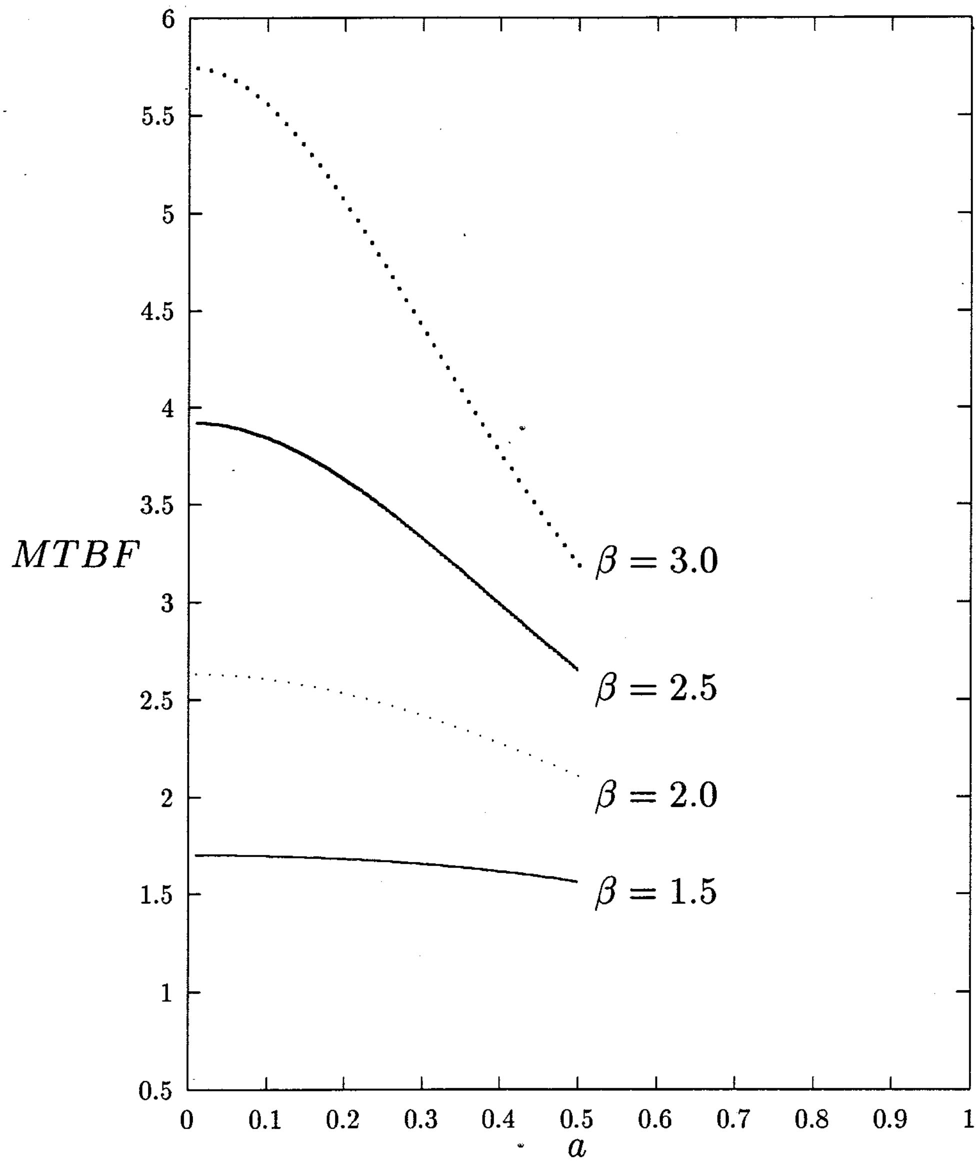

図 4. 定期予防保全間隔 $T(=0.5)$ が一定で, 乱れ a が変動する場合

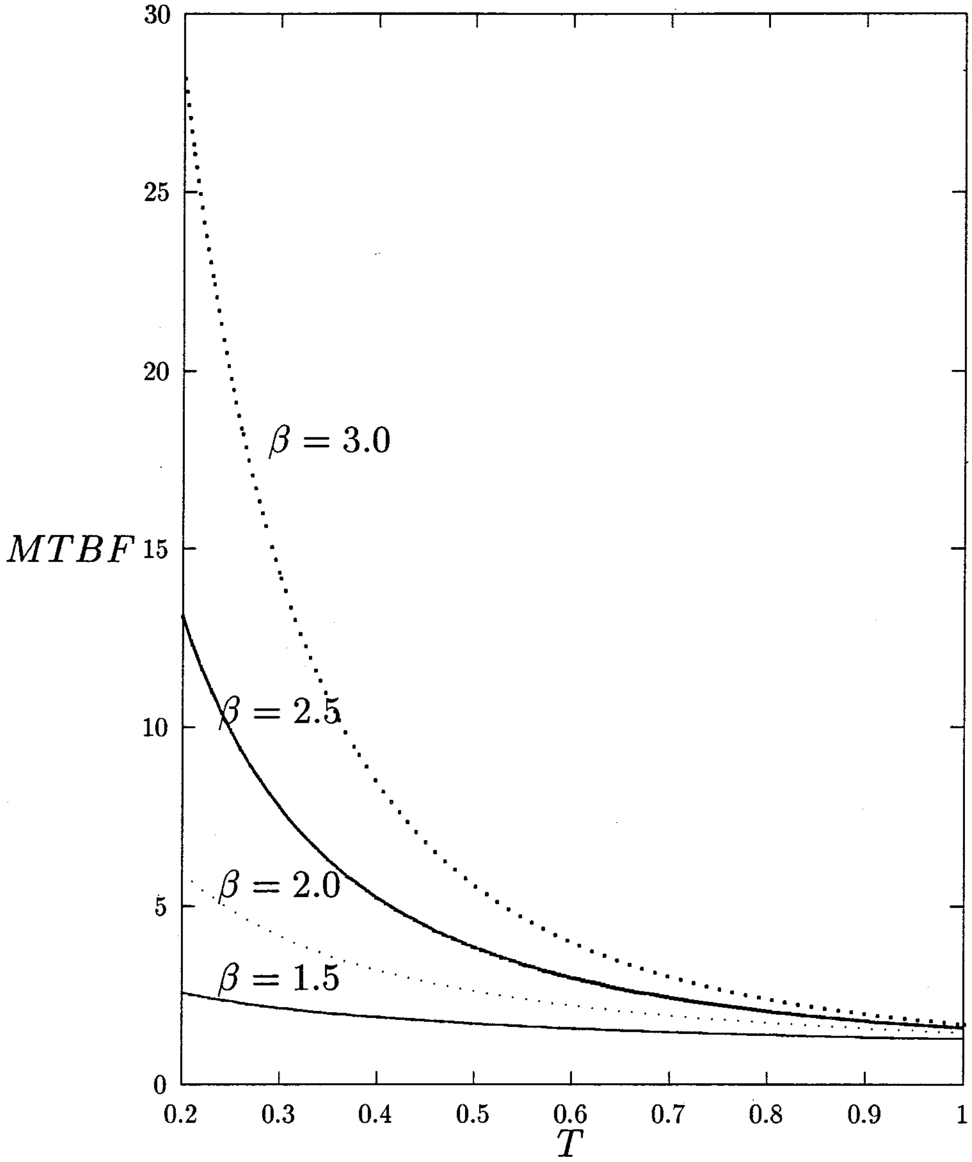

図 5. 定期予防保全間隔 Tが異なり, 乱れ $a(=0.1)$ が一定の場合

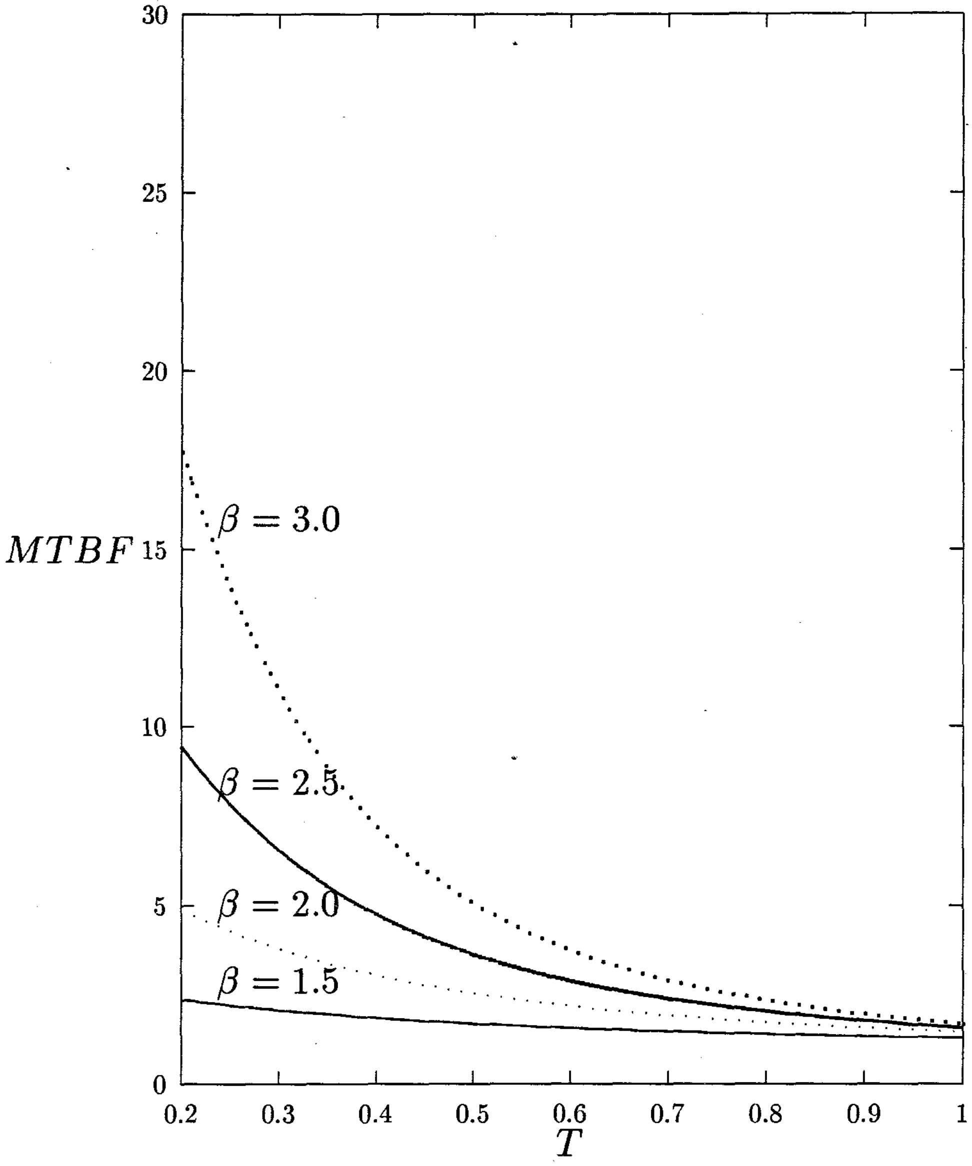

図 6. 定期予防保全間隔 T が異なり，乱れ $a(=0.2)$ が一定の場合

6 あとがき

本研究では,定期予防保全間隔に乱れが存在する場合,それの$MTBF$に与える影響についてワイブル分布の場合について理論的に考察した.この結果から,全体として定期保全Tの変動の方が$MTBF$に大きな影響を与えることが明確になった.こうして,出来るだけ保全間隔が平均して一定となるように保全を実施することが重要であることを示した.さらに,このような傾向が現実の保全データにも見られるという事例もあり,今後さらに検討したい.特に,本研究で取り扱ったモデルより,さらに一般的にするため定期保全の乱れを正規分布で表し,これによる解析も重要と考えている.しかし,この場合は本研究で述べた解析的手法は使用出来ないため,数値解析的手法に依存して解を求めるのがよいと思われる.これらの結果についても,機会があれば発表していきたい.

最後に本論文のため指導して頂いた堀籠教夫教授をはじめ,研究室の多くの方々に対し御礼申し上げます.

参考文献

[1] R. Barlow, F. Proschan and L. Hunter, "*Mathematical Theory of Reliability*," John Wiley & Sons, pp.84-87, 1965.

[2] 川崎, 堀籠, "舶用機械故障解析例と修理モデル的検討," 電子通信学会信学技報, R74-7, pp.19-26, 1974.

[3] 川崎, 堀籠, "交換周期の乱れが修理系の予防保全効果に及ぼす影響について," 東京商船大学研究報告 (自然科学) 第 26 号, pp.165-180, 1975.

[4] M. Horigome, Y. Kawasaki and Q. Chen, "*Preventive Replacement Policies and Their Application to Weibull Distribution*," IEICE, vol.E77-A, no.1, pp.240-243, 1994.